

Задачник С2

Здесь приведены задачи С2, которые предлагались на ЕГЭ по математике, а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с сентября 2009 года.

1. (ЕГЭ, 2013) Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 7. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

21

2. (МИОО, 2013) Правильные треугольники ABC и BCM лежат в перпендикулярных плоскостях, $BC = 8$. Точка P — середина CM , а точка T делит отрезок BM так, что $BT : TM = 1 : 3$. Вычислите объём пирамиды $MPTA$.

24

3. (МИОО, 2013) В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ боковое ребро равно $8\sqrt{3}$, а ребро основания равно 1. Точка D — середина ребра BB_1 . Найдите объём пятигранника $ABCA_1D$.

3

4. (ФЦТ, 2013) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 7, а сторона основания равна 8.

 $6\sqrt{2}$

5. (МИОО, 2013) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 10$, $SC = 8$.

 $\frac{10}{7}\sqrt{3}$

6. (МИОО, 2013) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен 36° . На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC . Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A , M и B .

 $3\sqrt{91}$

7. (МИОО, 2012) В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 8, а боковые рёбра равны $\sqrt{13}$. Изобразите сечение, проходящее через вершины A , C и середину ребра A_1B_1 . Найдите его площадь.

03

8. (МИОО, 2012) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если все рёбра пирамиды равны 8.

$\frac{9}{8}$

9. (ЕГЭ, 2012) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 2$, $AD = AA_1 = 1$. Найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 .

$\frac{01}{1}$ $\frac{\wedge}{\text{цислге}}$

10. (ЕГЭ, 2012) В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 3, точка D — середина ребра CC_1 . Найдите расстояние от вершины C до плоскости ADB_1 .

$\frac{81}{8}$

11. (ЕГЭ, 2012) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 2, а боковые рёбра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 3 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

$\frac{7}{81}$ $\frac{\wedge}{\text{сислге}}$

12. (ЕГЭ, 2012) Точка E — середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью $C_1 DE$, если рёбра куба равны 2.

$\frac{7}{6}$

13. (ЕГЭ, 2012) На ребре CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка E так, что $CE : EC_1 = 1 : 2$. Найдите угол между прямыми BE и AC_1 .

$\frac{91}{08}$ $\frac{\wedge}{2}$ $\frac{\text{сислге}}$

14. (ЕГЭ, 2012) Точка E — середина ребра DD_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми CE и AC_1 .

$\frac{91}{1}$ $\frac{\wedge}{\text{сислге}}$

15. (Репетиционный ЕГЭ, 2012) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной основания 4 и высотой 7 на ребре AA_1 взята точка M так, что $AM = 2$. На ребре BB_1 взята точка K так, что $B_1 K = 2$. Найдите угол между плоскостью $D_1 MK$ и плоскостью $CC_1 D_1$.

45°

16. (Репетиционный ЕГЭ, 2012) Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна $4\sqrt{3}$, а угол BAD равен 60° . Найдите расстояние от точки A до прямой $C_1 D_1$, если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 8.

10

17. (ФЦТ, 2012) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 2$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$ и точка E — середина ребра AB . Найдите угол между прямыми $A_1 C_1$ и $B_1 E$.

$\frac{09}{1} \wedge$ сочете

18. (Юг, пробный ЕГЭ, 2012) В пирамиде $DABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = DB = DC = 13$ см, $DA = 6$ см, $BC = 24$ см. Найдите расстояние между прямыми DA и BC .

мсм

19. (МИОО, 2012) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SB . Найдите угол между плоскостями CMK и ABC , если $SC = 6$, $AB = 4$.

$\frac{9}{22} \wedge$ сочете

20. (МИОО, 2012) Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$. Боковое ребро $SA = \sqrt{5}$, сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки B до плоскости ADM , где M — середина ребра SC .

1

21. (МИОО, 2011) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна $\sqrt{2}$, а высота равна 1. M — середина ребра AA_1 . Найдите расстояние от точки M до плоскости $DA_1 C_1$.

$\frac{1}{2} \wedge$

22. (МИОО, 2011) Основанием прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC = 5$, $BC = 8$. Высота призмы равна 3. Найдите угол между прямой $A_1 B$ и плоскостью BCC_1 .

$\frac{9}{3} \text{сочете}$

23. (МИОО, 2011) Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = 5$. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 13.

45°

24. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью BDD_1 .

$\frac{3}{2} \wedge$ сочете

25. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, точка E — середина ребра SB . Найдите угол между прямой CE и плоскостью SBD .

$\frac{7}{2} \wedge$ сочете

26. (ЕГЭ, 2011) В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

27. (ЕГЭ, 2011) В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите расстояние от точки C до прямой D_1E_1 .

$\frac{2}{16}\sqrt{13}$

28. (ЕГЭ, 2011) В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны основания которой равны 4, а боковые рёбра равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой F_1E_1 .

2

29. (ЕГЭ, 2011) В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1B_1C_1D_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые рёбра равны 4, найдите угол между прямыми AC и BC_1 .

$\frac{90}{2}\sqrt{5}$ градус

30. (Репетиционный ЕГЭ, 2011) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12. Найдите расстояние от центра основания до боковой грани, если двугранный угол при ребре основания равен $\pi/3$.

8

31. (Репетиционный ЕГЭ, 2011) Длины всех рёбер правильной четырёхугольной пирамиды $PABCD$ с вершиной P равны между собой. Найдите угол между прямой BM и плоскостью BDP , если точка M — середина бокового ребра пирамиды AP .

$\frac{5}{4}\sqrt{2}$ град

32. (МИОО, 2011) Основанием прямой призмы $ABCD A_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, у которого $AB = 10$, $BD = 12$. Высота призмы равна 6. Найдите расстояние от центра грани $A_1B_1C_1D_1$ до плоскости BDC_1 .

$\frac{5}{24}$

33. (МИОО, 2011) В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , равной $2\sqrt{10}$; высота призмы равна $2\sqrt{5}$. Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости BCM , где M — середина ребра A_1C_1 .

2

34. (МИОО, 2011) Длина ребра куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$ равна 1. Найдите расстояние от вершины B до плоскости ACD_1 .

$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

35. (МИОО, 2011) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1. Найдите расстояние от вершины A до плоскости $A_1 BT$, где T — середина ребра AD .

$$\frac{9\sqrt{2}}{1}$$

36. (МИОО, 2011) Дан правильный тетраэдр $MABC$ с ребром 1. Найдите расстояние между прямыми AL и MO , где L — середина ребра MC , O — центр грани ABC .

$$\frac{7\sqrt{2}}{12}$$

37. (МИОО, 2010) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка BC_1 до плоскости $AB_1 D_1$.

$$\frac{8\sqrt{2}}{1}$$

38. (МИОО, 2010) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостями $AB_1 D_1$ и ACD_1 .

$$\frac{8}{1} \text{ град}$$

39. (МИОО, 2010) В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ известны рёбра: $AB = 3\sqrt{3}$, $BB_1 = 6$. Точка M — середина ребра $B_1 C_1$, а точка T — середина $A_1 M$. Найдите угол между плоскостью BCT и прямой AT .

$$\frac{8}{3} \text{ град}$$

40. (МИОО, 2010) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AA_1 = 3$, $AD = 8$, $AB = 6$, найдите угол между плоскостью ADD_1 и прямой EF , проходящей через середины рёбер AB и $B_1 C_1$.

$$\frac{5}{3} \text{ град}$$

41. (МИОО, 2010) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром $8\sqrt{6}$. Найдите расстояние от середины ребра $B_1 C_1$ до прямой MT , где точки M и T — середины рёбер CD и $A_1 B_1$ соответственно.

$$12$$

42. (ЕГЭ, 2010) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите тангенс угла между плоскостями $AB_1 C$ и DCC_1 .

$$\frac{7}{2}$$

43. (ЕГЭ, 2010) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны рёбра: $AB = 6\sqrt{3}$, $SC = 10$. Точка N — середина ребра BC . Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AT , где T — середина отрезка SN .

$$\frac{91}{8} \text{ град}$$

44. (ЕГЭ, 2010) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра: $AB = 8$, $AD = 6$, $CC_1 = 6$. Найдите угол между плоскостями $CD_1 B_1$ и $AD_1 B_1$.

$$\frac{17}{6} \text{ град}$$

45. (ЕГЭ, 2010) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра: $AB = 8$, $AD = 6$, $CC_1 = 5$. Найдите угол между плоскостями BDD_1 и $AD_1 B_1$.

$\frac{5\pi}{12}$

46. (ЕГЭ, 2010) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны рёбра: $AB = 8\sqrt{3}$, $SC = 17$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер AS и BC .

$\frac{9\pi}{15}$

47. (ЕГЭ, 2010) В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ сторона основания равна 7, а высота равна 1. Найдите угол между прямой $F_1 B_1$ и плоскостью $AF_1 C_1$.

$\frac{19\pi}{180}$

48. (МИОО, 2010) В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние от точки C до прямой $F_1 E_1$.

$\frac{7}{2}$

49. (МИОО, 2010) В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые рёбра равны 2, найдите расстояние от точки C до прямой SA .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

50. (МИОО, 2010) В тетраэдре $ABCD$, все рёбра которого равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой, проходящей через точку B и середину E ребра CD .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

51. (Репетиционный ЕГЭ, 2010) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ сторона основания равна $3\sqrt{2}$, а боковое ребро равно 5. Найдите угол между плоскостями ABC и ACM , где точка M делит ребро BS так, что $BM : MS = 2 : 1$.

$\frac{5\pi}{8}$

52. (МИОО, 2010) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 1, а боковое ребро равно $\sqrt{3}/2$. Найдите расстояние от точки C до прямой SA .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

53. (МИОО, 2010) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

54. (МИОО, 2010) В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ высота равна 2, сторона основания равна 1. Найдите расстояние от точки B_1 до прямой AC_1 .

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

55. (МИОО, 2010) Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми CA_1 и AB_1 .

$\frac{5\pi}{12}$ градус

56. (МИОО, 2010) В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , равной $8\sqrt{2}$. Высота призмы равна 6. Найдите угол между прямыми AC_1 и CB_1 .

$\frac{5\pi}{6}$ градус

57. (МИОО, 2009) В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC , у которого угол C равен 90° , угол A равен 30° , $AC = 10\sqrt{3}$. Диагональ боковой грани B_1C составляет угол 30° с плоскостью AA_1B_1 . Найдите высоту призмы.

$10\sqrt{3}$

58. (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1 B_1 C_1$.

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$

59. (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостью ABC и прямой EF , проходящей через середины рёбер AA_1 и $C_1 D_1$.

$\frac{0.1\sqrt{17}}{1}$

60. (МИОО, 2009) В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостью $A_1 BC$ и прямой BC_1 , если $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

$\arcsin \frac{24}{85}$

61. (МИОО, 2009) В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .

$\frac{1}{3}$